

# 令和6年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

## 数 学

融 合 学 域
先 導 学 類(理系傾斜)
観光デザイン学類(理系傾斜)
スマート創成科学類(理系傾斜)
理 工 学 域
数 物 科 学 類
物 質 化 学 類
地球社会基盤学類
生命理工学類
理 工 3 学 類
医 薬 保 健 学 域
医 学 類
薬 学 類
医 薬 科 学 類
保健学類(放射・検査)

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文2ページであり、答案用紙は4枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し、**網かけの部分や裏面には記入しないこと。**
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

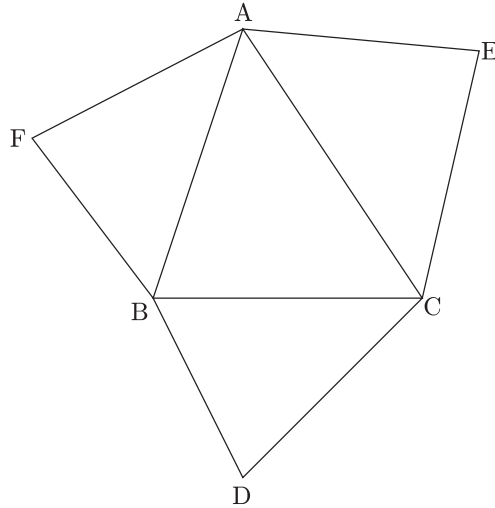
1 次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x) = e^{-x} \sin x$  と  $g(x) = e^{-x} \cos x$  の導関数  $f'(x)$ ,  $g'(x)$  を求めよ。
- (2) 整数  $k$  に対し, 定積分  $\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} e^{-x} \sin x dx$  を求めよ。
- (3) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{n\pi} e^{-x} |\sin x| dx$  を求めよ。

2 虚数単位を  $i$  とし, 複素数  $\alpha$  を,  $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  とする。また, 実数  $u$ ,  $v$  に対し, 複素数  $w$ ,  $z$  を,  $w = u + vi$ ,  $z = \alpha w$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $z$  の実部と虚部, および  $|z|$  を, それぞれ  $u$  と  $v$  を用いて表せ。
- (2)  $u + \sqrt{3}v - 1 = 0$  のとき, 実数  $s$ ,  $t$  を  $s + ti = z^2$  で定める。  $t^2 = s + \frac{1}{4}$  であることを示せ。
- (3)  $u + \sqrt{3}v - 1 = 0$  のとき, 実数  $a$ ,  $b$  を  $a + bi = w^2$  で定める。  $xy$  平面において, 点  $P(a, b)$  と直線  $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$  の距離は,  $P$  と原点の距離に等しいことを示せ。

- 3 次の図は、ある四面体  $T$  の展開図である。ここで、 $AB = \sqrt{10}$ ,  $AC = \sqrt{13}$ ,  $BF = \sqrt{5}$ ,  $AF = \sqrt{7}$ , および  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 7$  である。このとき、三角形  $ABC$  の面積および四面体  $T$  の体積を求めよ。



- 4  $n$  を自然数とする。3 辺の長さが  $\sqrt{a_n}$ ,  $\sqrt{a_{n+1}}$ ,  $\sqrt{a_{n+1}}$  である二等辺三角形の面積が  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  となる数列  $\{a_n\}$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 3 辺の長さが  $\sqrt{a}$ ,  $\sqrt{b}$ ,  $\sqrt{b}$  である二等辺三角形の面積を求めよ。
- (2) 漸化式  $a_{n+1} = \frac{1}{4} \left( a_n + \frac{3}{a_n} \right)$  を示せ。また、 $a_{n+1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$  であることを示せ。
- (3) 等式  $a_{n+1} - 1 = \frac{a_n - 3}{4a_n} (a_n - 1)$  を示せ。
- (4)  $|a_1 - 1| \leq \frac{1}{4}$  とする。このとき、すべての  $n$  について、

$$|a_{n+1} - 1| \leq \frac{3}{4} |a_n - 1|$$

が成り立つことを示し、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

